APELLIDOS	NOMBRE		GRUPO	CALIFICACIÓN
ASIGNATURA FMIBII	FECHA 07/11/14	DNI		

Duración: 1h 30'

Nota: No se permite el uso de apuntes ni de hojas de fórmulas.

Resultados de aprendizaje que se evalúan en este examen:

- RA1: Plantear y analizar matemáticamente problemas de ingeniería relacionados con el cálculo.
- RA2: Emplear con rigor el lenguaje matemático.
- RA3: Interpretar y utilizar las propiedades fundamentales de las funciones reales elementales.
- RA4.1: Interpretar y utilizar las propiedades y técnicas fundamentales del cálculo diferencial e integral en una variable real.
- RA5.1: Identificar las aplicaciones fundamentales de la derivada y de la integral en una variable real.

Ejercicio 1 (3.5 puntos; RA1, RA2, RA3, RA4.1, RA5.1) Tiempo estimado: 30 minutos.

Se dispone de un nuevo biosensor que analiza una muestra de sangre para determinar su concentración de glucosa. La muestra de sangre circula por un microcanal hasta una compuerta que deja pasar más o menos cantidad de sangre a la zona de detección en función de la fase de una señal eléctrica que regula el caudal. Se considera que la cantidad de sangre que llega a la zona de detección es 0 si la fase de la señal es menor que 0 ó mayor que 2π, y que es el producto de los factores A y B, siendo A el seno de la fase de la señal y B uno menos el coseno de la misma, si la fase se encuentra entre 0 y 2π, ambos valores incluidos.

a) [0.3 puntos] Escriba la función $f(x)$ que determina la cantidad de sangre que llega a la zona de detección en función de la fase de la señal eléctrica x que regula el caudal.

b) [0.9 puntos] Estudie si $f(x)$ es continua y derivable en $\mathbb{R}$.

c) [0.7 puntos] Estudie si $f'(x)$ es continua en $\mathbb{R}$.

d) [0.5 puntos] Calcule la integral definida de $f(x)$ entre $-\pi$ y π.

e) [1.1 punto] Demuestre que $f(x)$ tiene tanto un máximo como un mínimo en $[0, 2\pi]$. Calcule para qué valores se alcanzan.

APELLIDOS	NOMBRE		GRUPO	CALIFICACIÓN
ASIGNATURA FMIBII	FECHA 07/11/14	DNI		

Ejercicio 2 (3.2 puntos; RA1, RA2, RA3, RA4.1, RA5.1) Tiempo estimado: 30 minutos.

Se definen dos magnitudes biofísicas (m_1 y m_2) de manera que la primera de ellas (m_1) puede expresarse como la inversa de la segunda (m_2). Partiendo de esta afirmación:

a) [0.3 puntos] Escriba m_1 como una función de m_2.

b) [0.3 puntos] Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función obtenida en el apartado anterior en el punto $(a, f(a))$, siendo $a > 0$.

c) [0.3 puntos] Halle los puntos de corte de la recta tangente hallada con los dos ejes de coordenadas.

d) [0.6 puntos] Calcule el valor de a que hace que la distancia entre los dos puntos de corte hallados sea mínima ($a > 0$).

e) [0.7 puntos] Si la magnitud m_2 puede medirse con un error no mayor a 0.01:
- ¿Cuál sería la estimación del error propagado en m_1 si se ha obtenido la medida $m_2 = 5$?
- ¿Y su error relativo?

f) [1.0 punto] Calcule el área comprendida entre la curva de la función m_1, el eje de abscisas y las rectas $m_2 = 1$ y $m_2 = b$ ¿qué ocurre cuando b tiende a infinito? Considerando $b = 2$, calcule, a partir del resultado anterior y sin utilizar integrales, el área comprendida entre la curva de la función m_1, la recta $m_2 = 1$ y la recta que pasa por los puntos (1, 0) y (2, ½).

APELLIDOS	NOMBRE		GRUPO	CALIFICACIÓN
ASIGNATURA FMIBII	FECHA 07/11/14	DNI		

Ejercicio 3 (3.3 puntos; RA1, RA2, RA3, RA4.1, RA5.1) Tiempo estimado: 30 minutos.

La evolución de cierto compuesto presente en un cultivo celular puede estimarse a partir de la función *F*(x), definida ésta como $F(x) = \int_x^{x^2} f(t)dt$, siendo *f*(*t*) = sen(*t*)

a) [0.8 puntos] Calcule *F'(x)* utilizando el segundo teorema fundamental del cálculo.

b) [0.5 puntos] Realice la comprobación del resultado obtenido en el apartado anterior resolviendo en primer lugar la integral definida y calculando posteriormente la derivada correspondiente.

c) [0.8 puntos] Con el objetivo de aproximar el valor del área comprendida entre la curva de *f*(*t*) y el eje *t* (abscisas) en el intervalo [0, π], se divide dicho intervalo en 3 subintervalos, definiendo para cada uno de ellos un rectángulo de altura igual al valor de la función en el punto central del correspondiente subintervalo.
   - Plantee y resuelva el sumatorio de las áreas de los rectángulos.
   - ¿Es ésta una buena aproximación?
   - ¿En qué porcentaje nos alejamos del valor real del área pedida?
   - ¿Cómo podría mejorarse la aproximación realizada?

d) [1.2 puntos] Calcule el volumen del sólido de revolución que se crea al girar con respecto al eje *t* la región comprendida entre la curva de *f*(*t*) en *t* > 0, la recta paralela al eje *t* de valor ½ y los dos primeros puntos de corte entre la curva y la recta.

Nota: $sen^2(t) = \frac{1-\cos(2t)}{2}$